

A FÜGGVÉNTÁBLA A LEGJOBB

B.A.R.Á.T.O.D

POWERED BY



FINALLS

FINALLS

TARTALOM

Bevezetés	4
Hajrá!	5
Gondolkodásunk eszközei.....	6
Halmazok.....	6
Műveletek halmazokkal	6
Gráfok.....	6
Elnevezések, összefüggések	6
Aritmetika, számelmélet	6
Számhalmazok	6
Elnevezések, jelölések	6
Egész számok	7
Oszthatóság	7
Valós számok	7
Hatványok azonosságai	7
Logaritmusok azonosságai	8
Algebra.....	8
Sorozatok, sorok.....	8
Nevezetes sorozatok.....	8
Középértékek	8
Kombinatorika.....	9
Egyenletek.....	9
Algebrai egyenletek.....	9
Valós függvénytan.....	9
Fontosabb valós függvények	9
Racionális egész függvények	9
Néhány nevezetes függvény	10
Függvénytranszformációk	10
Valószínűségszámítás.....	10
Valószínűség	10
Definíciók	10
Valószínűség eloszlások.....	11
Nevezetes diszkrét eloszlások.....	11
Statisztika.....	11
Adatok feldolgozása, ábrázolása	11
Diagramok.....	11
Mintafüggvények, statisztikák	12

Közeppek, átlagok.....	12
Elemi geometria	12
Szögek	12
Szög – szögtartomány.....	12
Síkgeometria	13
Elemi geometriai tételek	13
A háromszög nevezetes tulajdonságai	13
Négyszögek	14
Sokszögek.....	14
Síkidomok kerülete (K), területe (T).....	14
Vektorszámítás	15
Műveletek vektorokkal	15
Vektorok koordinátái.....	15
Trigonometria	15
Szögfüggvények.....	15
Trigonometriai összefüggések.....	16
A háromszögek tételei.....	16
Testek felszíne (A), térfogata (V).....	16
Analitikus geometria a síkban.....	17
Koordináta-rendszerek.....	17
Pont	17
Egyenes	17
Kör	17
Táblázatok.....	18
Prímszámok 4000-ig.....	18
Összetett számok felbontása 1600-ig (a 2, 3, 5 prímosztók nélkül).....	18

BEVEZETÉS

Célunk, hogy ezzel a doksisal segítséget nyújtsunk a közép matek érettségihez, hogy a megmérettetés napján már magabiztosan forgasd a függvénytáblázatot. Egyébként is elég stresszel jár a vizsgázás, ne vegyen el plusz energiát, hogy az érettségi közben kell kikeresgelned a hasznos képleteket a rengeteg összefüggés közül. 👍

Ha tudod, hogy mit hol keress a függvénytáblában, akkor akár a legjobb barátod is lehet az érettségin, legális puskaként használhatod, és szinte semmilyen képletet nem kell bemagolnod! 🙌

Rámutatunk azokra a képletekre, amik fontosak, adott esetben magyarázatot is adunk hozzá – konyhanyelven –, hogy segítsük a könnyebb megértést. 👍

Alapnak a fehér (ISBN 978-963-19-7745-5) függvénytáblázatot tekintjük, de – ha megtalálható benne – a sárgából (ISBN 978-963-19-6982-5) is hivatkozunk részeket. 😊

Fontos tudnod, hogy a függvénytáblába hivatalosan tilos beleírni, kihúzózni, cetlizni, nyomdai állapotban kell lennie. A gyakorlat azt mutatja, hogy a post-ítélést engedik a legtöbb helyen, de ezt érdemes még korábban tisztázni a tanároddal. A legfontosabb, hogy eltávolítható legyen minden kiegészítés, ha esetleg belekötnének. 🙏



HAJRÁ!

Drukkolunk nektek, hogy ki tudjátok hozni magatokból a legjobbat az érettségien és elérjétek a célotokat!

Eredményes készülést kívánunk! 🍊🧐



Hege

és

Zola



<https://erettsegizo.hu>

<https://www.facebook.com/erettsegizo/>

<https://www.instagram.com/erettsegizo.hu/>



<https://rapidmatek.hu>

<https://www.facebook.com/rapidmatek/>

<https://www.instagram.com/rapidmatek/>

GONDOLKODÁSUNK ESZKÖZEI

HALMAZOK

MŰVELETEK HALMAZOKKAL

Fehér: 8. oldal

Sárga: 8-9. oldal

Unió: $A \cup B$ – legalább az egyik halmazban benne van (mindegy, hogy melyikben).

Metszet: $A \cap B$ – mindkét halmazban benne van.

Különbség: $A \setminus B$ – csak A halmazban van benne.

Csak a sárgában (9. oldal): Logikai szita formula kettő halmazra – a két halmaz uniójának elemszáma megegyezik a két halmaz elemszámának összegével levonva belőle a metszetük darabszámát.

GRÁFOK

ELNEVEZÉSEK, ÖSSZEFÜGGÉSEK

Fehér: 9-10. oldal

Sárga: 79-82. oldal

A **csúcsok foka**, foka: a csúcsból kiinduló élek száma.

Teljes gráf: minden csúcsot összekötünk az összes többivel.



ARITMETIKA, SZÁMELMÉLET

SZÁMHALMAZOK

ELNEVEZÉSEK, JELÖLÉSEK

Fehér: 11. oldal

Sárga: 16-17. oldal

Természetes számok, racionális számok, irracionális számok, valós számok.

- A természetes számok (N) közé tartozik a nulla;
- Legtöbbször a valós számok halmazán keressük a megoldást, tehát bármilyen eredmény jó lehet.

EGÉSZ SZÁMOK

OSZTHATÓSÁG

Fehér: 12. oldal

Sárga: 19. oldal – LNKO, LKKT

Oszthatóság: 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 8-cal, 9-cel, 10-zel, 25-tel (a sárgában 2; 5; 4; 8; 3; 9; 11).

Prímszám: két osztója van, 1 és önmaga → az 1 ezért nem prím, mert annak csak egy osztója van.

Összetett szám: legalább 3 osztója van.

Fehér: 13. oldal – LNKO, LKKT

Sárga: 21. oldal

Az **osztók száma:** a prímtényezős felbontásban szereplő kitevőkhöz egyet adva összeszorozzuk őket.

Relatív prím: a két szám legnagyobb közös osztója 1.

VALÓS SZÁMOK

HATVÁNYOK AZONOSSÁGAI

Fehér: 15. oldal

Sárga: 22. és 28. oldal

Pozitív egész kitevőjű hatvány: $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \rightarrow n$ db a összeszorozása.

Negatív egész kitevőjű hatvány: $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \rightarrow$ a negatív kitevő eltűnik, ha a hatvány lekerül a nevezőbe.

Nulla kitevőjű hatvány: $a^0 = 1 \rightarrow$ bármilyen szám a nulladikon az 1.

Azonos alapú hatványok:

- ha összeszorozzuk, a kitevők összeadódnak,
- ha elosztjuk, a kitevők kivonódnak egymásból,
- hatvány hatványa esetén a kitevők szorzódnak.

Azonos kitevőjű hatványok – pl. négyzetek különbsége: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Többtagúak hatványai – pl. teljes négyzet:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.



HOW
YOU
DOIN'?

LOGARITMUSOK AZONOSSÁGAI

Fehér: 16. oldal

Sárga: 23. oldal

Azonos alapú logaritmusok:

- összeg esetén a numerusok* szorzódnak,
- különbség esetén a numerusokat osztjuk,
- a numerus kitevője kihozható a logaritmus elé szorzónak,
- $\log_a a = 1$, ha a logaritmus alapja és numerusa megegyezik, akkor az értéke 1,
- $\log_a 1 = 0$, ha a numerus 1, akkor a logaritmus értéke 0 (bármilyen alap esetén).

*Numerus: a logaritmus mögött álló szám.

ALGEBRA SOROZATOK, SOROK NEVEZETES SOROZATOK

Fehér: 20. oldal

Sárga: 31. oldal

Számtani és mértani sorozatok:

- általános tag,
- első n tag összege,
- d (differencia) a számtani sorozat különbsége, állandó,
- q (kvóciens) a mértani sorozat hányadosa, állandó.

Csak a sárgában (31. oldal):

A **számtani sorozat első n tagjának összegének** képlete a sorozat első tagjának és a differenciájának felhasználásával:

$S_n = \frac{[2a_1 + (n-1)d]n}{2}$, ez természetesen összerakható az általános tag és az összegképlet felhasználásával is a fehér függvénytáblázat esetén.

KÖZÉPÉRTÉKEK

Fehér: 21. oldal

Sárga: 30. oldal

Aritmetikai közép = számtani közép = „hétköznapi átlag”.

Geometriai közép = mértani közép, csak 2 tagra: $\sqrt{a_1 \cdot a_2}$.



KOMBINATORIKA

Fehér: 22. oldal

Sárga: 12-13. oldal

Fehérben csak képletek, **sárgában magyarázatok is** (sorrend, kiválasztás).

EGYENLETEK

ALGEBRAI EGYENLETEK

Fehér: 23. oldal

Sárga: 29. oldal

Kanonikus alak:

- a : az x^2 együtthatója,
- b : az x együtthatója,
- c : konstans, amiben nincs x .

Diszkrimináns: előjele megmutatja, hogy a másodfokú egyenletnek hány megoldása van (a **sárga** ilyen szempontból „gimis barát”, mert csak a valós megoldásokkal foglalkozik).

Megoldóképlet: ha a gyök alatt negatív jön ki, akkor nincs megoldás. A megoldóképletért már nem jár pont az érettségien, így a számológépes megoldás is teljesen elfogadott.

VALÓS FÜGGVÉNYTAN

FONTOSABB VALÓS FÜGGVÉNYEK

RACIONÁLIS EGÉSZ FÜGGVÉNYEK

Fehér: 26. oldal

Sárga: 62. oldal

Elsőfokú polinomfüggvény – egyenes.

Másodfokú polinom függvény – parabola:

- ha x^2 együtthatója pozitív, akkor „mosolygós” parabola 😊
- ha x^2 együtthatója negatív, akkor „szomorú” parabola ☹️

NÉHÁNY NEVEZETES FÜGGVÉNY

Fehér: 29. oldal

Sárga: 63. oldal

Abszolútértékfüggvény – V alakú.

Fontos az abszolútérték felbontásának értelmezése is.

FÜGGVÉNTRANSZFORMÁCIÓK

Fehér: 30. oldal

Sárga: 66. oldal

Egyenes esetén: $y = ax + b$

- a : meredekség,
- b : ahol az egyenes metszi az y tengelyt.

Parabola, abszolútértékfüggvény esetén: $y = b_1(x + a_0)^2 + b_0$ vagy $y = b_1|x + a_0| + b_0$

- b_1 : meredekség,
- a_0 : az x tengelyen való eltolás ellentétes irányba,
- b_0 : az y tengelyen való eltolás megegyező irányba.



VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS

VALÓSZÍNŰSÉG

DEFINÍCIÓK

Fehér: 35. oldal

Sárga: 72. oldal

Ahogy azt a **Bélga** is megénekelte: „Egy esemény valószínűsége a klasszikus mezőben a kedvező kimenetek száma per az összes kimenetel száma [...] A valószínűség 0, vagy nagyobb, de 1-nél nagyobb nem lehet, mert az 1-nél bekövetkezett. A kedvező per összes, a fity-firity-firity, a 0 és 1 között, fity-firity-firity.”

<https://www.youtube.com/watch?v=V0wpgn5WqAU>

VALÓSZÍNŰSÉG ELOSZLÁSOK

NEVEZETES DISZKRÉT ELOSZLÁSOK

Fehér: 39. oldal

Sárga: 73. oldal – itt átláthatóbb

Binomiális eloszlás – visszatevéses (egy esemény többször is megtörténhet, pl. ha dobunk egy 6-ost, utána újra dobhatunk 6-ost, nem vesszük le a kockáról):

- n : összes esemény/kísérlet száma,
- k : kedvező kimenetelű esemény/kísérlet száma,
- p : kedvező kimenetel valószínűsége,
- $q = 1 - p$.

Hipergeometrikus eloszlás – visszatevés nélküli (egy elemet csak egyszer húzhatunk ki, mint például az 5-ös lottó sorsolásakor):

- N : összes elem száma,
- n : összes kiválasztott elem száma,
- K : összes kedvező elem száma,
- k : összes kiválasztott kedvező elem száma.

STATISZTIKA

ADATOK FELDOLGOZÁSA, ÁBRÁZOLÁSA

DIAGRAMOK

Fehér: 43. oldal

Sárga: 76. oldal

Oszlopdiagram:

- x tengelyen a kategóriák,
- y tengelyen a gyakoriságok (mennyiségek),
- ugyanolyan szélességű oszlopok, amik nem érnek össze.

Fehér: 44. oldal

Sárga: 77. oldal

Kördiagram: a középponti szögek a relatív gyakoriság arányában osztják a 360° -ot.



MINTAFÜGGVÉNYEK, STATISZTIKÁK

KÖZEPEK, ÁTLAGOK

Fehér: 45. oldal

Sárga: 78. oldal

Itt megjelenik a **súlyozott** aritmetikai közép (számtani átlag) is.

Medián:

- Fontos, hogy az adott számokat nagyság szerint sorba rendezzük!
- Ha 15 (páratlan) elem van, akkor a 8. (a középső) elem a medián.
- Ha 16 (páros) elem van, akkor a 8. és a 9. (a két középső) elem átlaga a medián.

Fehér: 46. oldal

Sárga: 78. oldal

Módusz: leggyakoribb elem (amiből a legtöbb van).

Terjedelem: a legnagyobb és a legkisebb adat különbsége.

Fehér: 47. oldal

Sárga: 78. oldal

Szórás:

- a szórás a variancia négyzetgyöke,
- a variancia kiszámolásakor az egyes tagok és a számtani közép különbségének a négyzetösszegét osztjuk el az összes elem számával.

(Jobban járunk a számológépes módszerrel...)

ELEMI GEOMETRIA

A fehér függvénytábla azért rendkívül hasznos ennél a fejezetnél, mert számos fogalmat részletesen definiál, ami nagy segítséget jelent adott feladat értelmezésénél.

SZÖGEK

SZÖG – SZÖGTARTOMÁNY

Fehér: 50. oldal

Sárga: nincs

A szög szárai és a szög csúcsa.



Fehér: 51. oldal

Sárga: nincs

Szögek:

- egyenesszög = 180° ,
- derékszög = 90° ,
- $0^\circ <$ hegyesszög $< 90^\circ$,
- $90^\circ <$ tompaszög $< 180^\circ$,
- nullszög = 0° ,
- teljesszög = 360° ,
- $0^\circ \leq$ konvex $\leq 180^\circ$,
- $180^\circ <$ konkáv $\leq 360^\circ$.

Szögpárok: mellékszögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, pótszögek, kiegészítő szögek.

SÍKGEOMETRIA

ELEMI GEOMETRIAI TÉTELEK

Fehér: 54. oldal

Sárga: 37-38. oldal

Párhuzamos szelők tétele: valójában ezt a tételt használjuk a hasonlóságnál.

Pitagorasz tétele: az átfogó a derékszöggel szemközti oldal, a befogók pedig a derékszög melletti oldalak.

A HÁROMSZÖG NEVEZETES TULAJDONSÁGAI

Fehér: 55. oldal

Sárga: 33-34. oldal

Háromszögegyenlőtlenség, belső és külső szögek összege, súlyvonal, oldalfelező merőleges és a körülírt kör, magasságvonal.

Fehér: 56. oldal

Sárga: 34. oldal

Szögfelezők, beírt és hozzáírt körök.



NÉGYSZÖGEK

Fehér: 56. oldal

Sárga: 35. oldal

Belső szögek összege, trapéz, deltoid, paralelogramma, téglalap.

Fehér: 57. oldal

Sárga: 35. oldal

Rombusz, négyzet, húrnégyszög.

A **négyszöges halmazábra** (fehér) jól mutatja, hogy melyik négyszögcategóriának melyik a részhalmaza. Így könnyedén megválaszolhatók a „minden”, „van olyan” állítások. Pl:

- Minden paralelogramma trapéz, hiszen a paralelogrammák halmaza részhalmaza a trapézok halmazának;
- Nem minden trapéz paralelogramma, hiszen van olyan trapéz, ami kívül esik a paralelogrammák halmazán;
- Van olyan trapéz, amely paralelogramma, hiszen a két halmaznak van közös része.

SOKSZÖGEK

Csak a sárgában (37. oldal): sokszögek átlóinak a száma, belső szögeinek összege.

SÍKIDOMOK KERÜLETE (K), TERÜLETE (T)

Fehér: 59. oldal

Sárga: 39-40. oldal

Háromszög, négyzet, rombusz, téglalap, paralelogramma, trapéz, deltoid.

Fehér: 60. oldal

Sárga: 40-41. oldal

Szabályos n sokszög, kör.



VEKTORSZÁMÍTÁS

MŰVELETEK VEKTOROKKAL

Fehér: 61. oldal

Sárga: 56. oldal

Összeadás-kivonás:

- Ha a \mathbf{b} vektor az \mathbf{a} vektor végpontjából indul, akkor a két vektor összege az \mathbf{a} vektor kezdőpontjából a \mathbf{b} vektor végpontjába mutató vektor;
- Ha a két vektor egy pontból indul, akkor kiegészítjük paralelogrammára az ábrát (az \mathbf{a} vektor végpontjába másoljuk \mathbf{b} vektort), így visszavezettük az előző esetre, a két vektor összege az \mathbf{a} vektor kezdőpontjából a \mathbf{b} vektor végpontjába mutató vektor;
- Ha a két vektor egy pontból indul, akkor különbségük a két vektor végpontját összekötő vektor. A különbség esetén abból a vektorból vonjuk ki a másikat, amelynek a végpontjába mutat a különbség vektor.

Szorzás skalárral, skaláris szorzat.

VEKTOROK KOORDINÁTÁI

Fehér: 61-62. oldal

Sárga: 57. oldal

Abszolútérték: a vektor hossza.

Skaláris szorzat (a vektor koordinátaival). Ha a skaláris szorzat nulla, akkor a vektorok derékszöget zárnak be egymással (visszafelé is működik, ha a vektorok derékszöget zárnak be egymással, akkor a skaláris szorzatuk nulla).

TRIGONOMETRIA

SZÖGFÜGGVÉNYEK

Fehér: 62. oldal

Sárga: 45. oldal

A derékszögű háromszögben az α hegyesszög szögfüggvényei:

- átfogó: a derékszöggel szemközti oldal,
- szemközti befogó: az α szöggel szemben lévő befogó,
- szomszédos befogó: az α szög melletti befogó.

TRIGONOMETRIAI ÖSSZEFÜGGÉSEK

Fehér: 63. oldal

Sárga: 46. oldal

Trigonometrikus Pitagorasz-tétel: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

A tangens felírható a sinus és a cosinus hányadosaként: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

A HÁROMSZÖGEK TÉTELEI

Fehér: 64. oldal

Sárga: 48. oldal

Amíg a Pitagorasz-tétel és a szögfüggvények csak derékszögű háromszögre használhatók, addig a **szinusztétel** és a **koszinusztétel** általános háromszögekre is.

TESTEK FELSZÍNE (A), TÉRFOGATA (V)

Fehér: 65. oldal

Sárga: 42-43. oldal

A **T** a test alapterületét jelöli, a **P** pedig a palástot (azokat a részterületeket, amelyek oldalról veszik körül a testet).

Egyenes hasáb, téglatest, gúla.

Fehér: 66. oldal

Sárga: 43. oldal

Forgáshenger, forgáskúp.

Fehér: 67. oldal

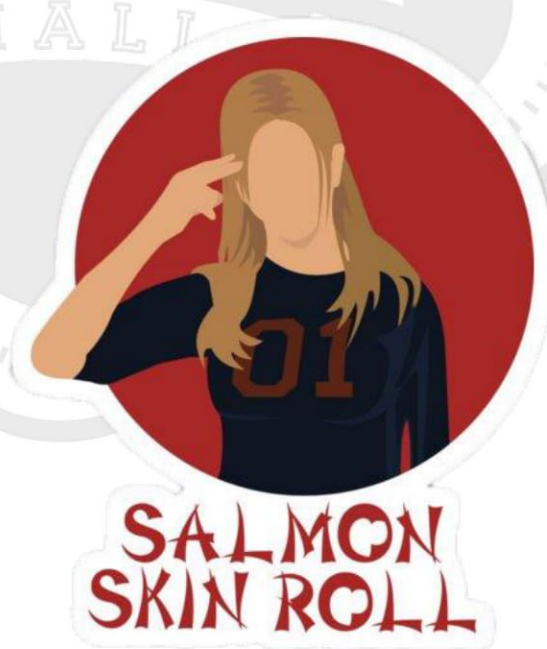
Sárga: 44. oldal

Gömb.

Fehér: 68. oldal

Sárga: 44. oldal

Tetraéder.



ANALITIKUS GEOMETRIA A SÍKBAN

KOORDINÁTA-RENDSZEREK

PONT

Fehér: 69. oldal

Sárga: 57. oldal

Két pont távolsága, felezőpont koordinátái.

Fehér: 70. oldal

Sárga: 58. oldal

A háromszög súlypontja.

EGYENES

Fehér: 70. oldal

Sárga: 58. oldal – itt átláthatóbb az ábra

Normálvektoros egyenlet:

- $(x; y)$ az egyenes egyenletének általános tagja, benne maradnak ismeretlenként,
- $(A; B)$ a normálvektor (az egyenesre merőleges vektor) koordinátái,
- $(x_0; y_0)$ az (egyenesre illeszkedő) adott pont koordinátái.

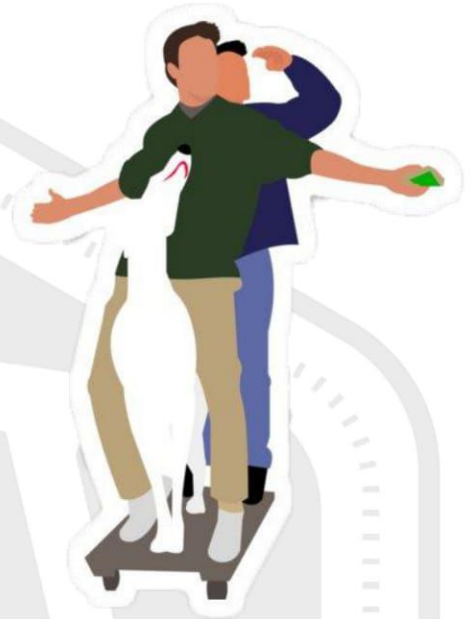
KÖR

Fehér: 71. oldal

Sárga: 58. oldal

Kanonikus egyenlet (ha a kör középpontja az origóban van), illetve a $K(u; v)$ középpontú kör egyenlete, ahol:

- a kör középpontja el van tolva az origóból,
- az $(u; v)$ ellentétes előjellel szerepel az egyenletben.



TÁBLÁZATOK

PRÍMSZÁMOK 4000-IG

Fehér: 94. oldal

Sárga: 20. oldal (1001-ig)

Ha osztókat keresünk, akkor meggyorsítja a folyamatot, viszonylag nagy számokról is gyorsan el tudjuk dönteni, hogy prím-e.

ÖSSZETETT SZÁMOK FELBONTÁSA 1600-IG (A 2, 3, 5 PRÍMOSZTÓK NÉLKÜL)

Fehér: 95. oldal

Sárga: 20. oldal (1001-ig)

Ha osztókat keresünk, akkor meggyorsítja a folyamatot, viszonylag nagy számokról is gyorsan el tudjuk dönteni, hogy milyen osztókra bontható fel.

